

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica - a.a.2003/2004
TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois
Prof. S. Gabelli
Tutorato 9 - a cura di G. Armellino

1. Sia $f(X) = (X-a)g(X) \in \mathbb{Q}[X]$ un polinomio di terzo grado. Mostrare che i discriminanti di $f(X)$ e $g(X)$ soddisfano la relazione

$$D(f) = c^2 D(g),$$

con $c \in \mathbb{Q}$.

2. Determinare tutti i sottocampi dell'ampliamento ciclotomico $\mathbb{Q}(\xi_{13})$. Per ognuno di questi campi, determinare un elemento primitivo ed il suo polinomio minimo.
3. Costruire un polinomio a coefficienti razionali il cui gruppo di Galois ha ordine uguale a 5.
4. Mostrare che $\sin \frac{2\pi}{7}$ è algebrico su \mathbb{Q} e determinare il suo polinomio minimo.
5. Determinare i gruppi di Galois su \mathbb{Q} dei seguenti polinomi:

$$X^4 - 5; \quad X^6 + 4; \quad (X^4 - 5)(X^6 + 4).$$

6. Sia G il gruppo di Galois su \mathbb{Q} del polinomio $X^5 - 2$. Costruire esplicitamente un omomorfismo iniettivo di G in \mathbf{S}_5 .