

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a.2008/2009
TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois (Prof. S. Gabelli)
Tutorato 7, a cura di D. Menichetti e F. Libertini

1. Esplicitare la corrispondenza di Galois per il k -esimo ampliamento ciclotomico per $k = 5, 7, 8, 9, 11, 15, 21$.

2. Esplicitare la corrispondenza di Galois per i seguenti polinomi :

$$f(X) = X^4 + 30X^2 + 45, \quad g(X) = X^4 + 2X^2 + 9, \quad h(X) = X^4 - 3 \in \mathbb{Q}[X].$$

3. Calcolare il discriminante dei seguenti polinomi $\in \mathbb{Q}[X]$:

(a) $f(X) = X^2 + a_1X + a_0$;

(b) $f(X) = X^3 + a_1X + a_0$;

(c) $f(X) = X^4 + a_2X^2 + a_0$;

(d) $f(X) = X^4 + a_1X + a_0$.

4. Calcolare il discriminante dell' n -esimo polinomio ciclotomico.

5. Calcolare il discriminante del polinomio $f(X) = X^n - a \in \mathbb{Q}[X]$, $a > 0$.

6. Sia $f(X) = (X - a)g(X) \in \mathbb{Q}[X]$ un polinomio di terzo grado. Mostrare che i discriminanti di $f(X)$ e $g(X)$ soddisfano la relazione:

$$D(f) = c^2 D(g),$$

con $c \in \mathbb{Q}$.

7. Determinare un ampliamento ciclotomico contenente \sqrt{d} , per $d = 3, 6, 11, 12, -15$.