

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a.2008/2009
TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois (Prof. S. Gabelli)
Tutorato 9, a cura di D. Menichetti e F. Libertini

1. Calcolare il gruppo di Galois dei seguenti polinomi:
 - (a) $f(x) = x^5 - 4x + 2$;
 - (b) $f(x) = (x + 3)^4 + 5$;
 - (c) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$;
 - (d) $f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x - 1$.
2. Sia G un gruppo commutativo di ordine 15.
 - (a) Determinare tutti i sottogruppi di G e le eventuali inclusioni fra questi;
 - (b) Stabilire se G è risolubile ed eventualmente determinare una serie risolvente.
3. Sia $p \in \mathbb{Z}$ un numero primo.
 - (a) Sia G un gruppo di ordine $2p$ con almeno un sottogruppo di ordine p . Dimostrare che G è risolubile;
 - (b) Mostrare con un controesempio che (a) non vale se p non è primo;
 - (c) Dimostrare che, per ogni intero $n \geq 3$, il gruppo diedrale D_n è risolubile.
4. Stabilire se i seguenti polinomi sono risolubili per radicali:
 - (a) $x^5 + 3x^3 - 5x^2 - 15$;
 - (b) $x^5 + 2x^2 - 2x - 2$.
5. Dimostrare che i seguenti elementi sono costruibili, e determinarne esplicitamente una costruzione:
 - (a) $\cos(\pi/8)$;
 - (b) $i\sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{11}}$.
6. Verificare se il poligono di 24 lati è costruibile.
7. Finire gli altri tutorati!
8. Per il prossimo tutorato fare il secondo esonero del 2007/2008.