Università degli studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2005/2006
TE1 (Teoria di Galois) - Prof. S. Gabelli
Appello B, 11 Luglio 2006

1. Determinare la cardinalità del campo di spezzamento di $f(X) = X^5 - X^2 + 2X - 1$ su $\mathbb{F}_3$

2. Dimostrare che $\cos\frac{2\pi}{n}$ e $\sin\frac{2\pi}{n}$ sono algebrici su $\mathbb{Q}$ di grado $\frac{\varphi(n)}{2}$.

3. Sia $f(X) = X^4 - 3 \in \mathbb{Q}[X]$
   (a) Trovare il campo di spezzamento E di f.
   (b) Determinare tutti i sottocampi E di grado 4. Quali sono normali?.

4. Sia $\alpha = \sqrt[3]{4}$ e $K = \mathbb{Q}(\alpha)$
   (a) Determinare il grado di K su $\mathbb{Q}$.
   (b) Esprimere l'inverso di $\beta = \frac{\alpha^3+\alpha^2+2\alpha+2}{\alpha^2+2\alpha+1}$ come polinomio di grado al più 2 in α.