

**Università degli studi di Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2005/2006**  
**TE1 (Teoria di Galois) - Prof. S. Gabelli**  
**Seconda prova di valutazione intermedia, 12 Giugno 2006**

1. Esplicitare la corrispondenza di Galois per il 22-simo ampliamento ciclotomico di  $\mathbb{Q}$ .

Per ogni campo intermedio, determinare inoltre un elemento primitivo ed il suo polinomio minimo.

Infine stabilire quali tra i campi intermedi sono reali.

2. Determinare esplicitamente il gruppo di Galois su  $\mathbb{Q}$  del polinomio

$$f(X) := X^7 - 3 \in \mathbb{Q}[X]$$

ed un sottogruppo di  $\mathbf{S}_7$  ad esso isomorfo.

3. Sia  $f(X) \in \mathbb{Q}[X]$  un polinomio irriducibile di quarto grado. Stabilire quali possono essere i gruppi di Galois di  $f(X)$  quando il discriminante di  $f(X)$  non è un quadrato in  $\mathbb{Q}$ .
4. Stabilire se il poligono regolare con 20 lati è costruibile con riga e compasso.