

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica - a.a.2005/2006

TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois (Prof. S. Gabelli)
Tutorato 8

1. Determinare i gruppi di Galois su \mathbb{Q} dei seguenti polinomi:

$$X^4 - 5; \quad X^6 + 4; \quad (X^4 - 5)(X^6 + 4).$$

2. Determinare tutti i sottocampi dell'ampliamento ciclotomico $\mathbb{Q}(\xi_{13})$. Per ognuno di questi campi, determinare un elemento primitivo ed il suo polinomio minimo.
3. Costruire un polinomio a coefficienti razionali il cui gruppo di Galois ha ordine uguale a 5.
4. Mostrare che $\sin \frac{2\pi}{7}$ è algebrico su \mathbb{Q} e determinare il suo polinomio minimo.
5. Mostrare che l'equazione

$$f(X) = X^3 - 2pX + p \in \mathbb{Q}[X]$$

con p primo, ha tre radici reali distinte e determinare queste radici con le formule di Tartaglia-Cardano.

6. Risolvere per radicali il settimo polinomio ciclotomico.