

Università degli Studi Roma Tre  
Corso di Laurea in Matematica - a.a.2005/2006

**TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois (Prof. S. Gabelli)**  
**Tutorato 8**

1. Determinare i gruppi di Galois su  $\mathbb{Q}$  dei seguenti polinomi:

$$X^4 - 5; \quad X^6 + 4; \quad (X^4 - 5)(X^6 + 4).$$

2. Determinare tutti i sottocampi dell'ampliamento ciclotomico  $\mathbb{Q}(\xi_{13})$ . Per ognuno di questi campi, determinare un elemento primitivo ed il suo polinomio minimo.
3. Costruire un polinomio a coefficienti razionali il cui gruppo di Galois ha ordine uguale a 5.
4. Mostrare che  $\sin \frac{2\pi}{7}$  è algebrico su  $\mathbb{Q}$  e determinare il suo polinomio minimo.
5. Mostrare che l'equazione

$$f(X) = X^3 - 2pX + p \in \mathbb{Q}[X]$$

con  $p$  primo, ha tre radici reali distinte e determinare queste radici con le formule di Tartaglia-Cardano.

6. Risolvere per radicali il settimo polinomio ciclotomico.