

TE1 Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois

A.A. 2005/2006

Prof. Stefania Gabelli

1. Elementi di Teoria dei Campi

Campi e sottocampi. Caratteristica. Omomorfismi di campi.

Ampliamenti di campi. Ampliamenti semplici e finitamente generati. Il composto di due campi.

Elementi algebrici e trascendenti. Il polinomio minimo di un elemento algebrico. Teorema di struttura degli ampliamenti semplici.

Il grado di un ampliamento. Ampliamenti quadratici e biquadratici. Ampliamenti finiti.

Radici n -sime dell'unità. Radici primitive. Polinomi ciclotomici su Q e loro irriducibilità. Ampliamenti ciclotomici.

Costruzioni di radici e campi di spezzamento. F-isomorfismi. Unicità del campo di spezzamento.

Cenni sui campi finiti.

Ampliamenti algebrici. Teorema di struttura degli ampliamenti algebrici finitamente generati. Teorema dell'elemento primitivo in caratteristica zero. Esempi di ampliamenti algebrici non finiti.

Chiusura algebrica e campi algebricamente chiusi.

Elementi coniugati e campi coniugati. Chiusura normale e ampliamenti normali.

2. Gruppi di Galois e ampliamenti di Galois

Il gruppo di Galois di un ampliamento di campi. Il gruppo di Galois di un polinomio.

Ampliamenti di Galois finiti. Gli ampliamenti di Galois finiti come campi di spezzamento di polinomi (in caratteristica zero).

Il gruppo di Galois di un polinomio come gruppo di permutazioni. Esempi di polinomi di grado primo p con gruppo di Galois isomorfo a S_p .

Il gruppo di Galois di un ampliamento ciclotomico.

3. La corrispondenza di Galois

Campi intermedi e campi fissi.

Il Teorema Fondamentale della corrispondenza di Galois. Calcolo esplicito di esempi nel caso numerico.

La corrispondenza di Galois per alcuni ampliamenti ciclotomici. Sottocampi reali di ampliamenti ciclotomici.

4. Alcune applicazioni della corrispondenza di Galois

Costruzioni con riga e compasso. CNES per la costruibilità di un punto. Costruzioni impossibili. Costruzione dei poligoni regolari. Il teorema di Gauss.

Una dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.

Il problema della risolubilità per radicali di un'equazione polinomiale. Ampliamenti ciclici. Ampliamenti radicali. CNES perché un'equazione polinomiale sia risolubile per radicali. Cenni sui gruppi risolubili: esempi.

Polinomi e funzioni simmetriche. Il polinomio generale di grado n . Il discriminante di un polinomio. Il discriminante dell' n -simo polinomio ciclotomico. Il Teorema di Ruffini-Abel. Esempi di equazioni di quinto grado non risolubili per radicali.

Le formule di Cardano per le soluzioni di un'equazione di terzo grado. Discussione delle radici reali in base al segno del discriminante. Il "Casus Irreducibilis".

I gruppi di Galois di un polinomio di quarto grado.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] *Appunti in rete del docente.*

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] C. PROCESI, *Elementi di Teoria di Galois*. Decibel, Zanichelli, (Seconda ristampa, 1991).
 [3] I. STEWART, *Galois Theory*. Chapman and Hall, (1989).
 [4] J. ROTMAN, *Galois Theory*. Universitext, Springer-Verlag, (1990).
 [5] M. H. FENRICK, *Introduction to the Galois Correspondence*. Birkäuser, (1992).
 [6] M. ARTIN, *Algebra*. Bollati-Boringhieri, (1998).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO

L'esame consiste di due prove scritte da svolgersi in classe durante il corso e da un colloquio integrativo.

Nel caso in cui la media dei voti riportati nelle due prove scritte non raggiunga la sufficienza è necessario sostenere una prova scritta finale.