

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2003/2004

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

SECONDA PROVA D'ESONERO (09-06-04)

ESERCIZIO 1. Forze apparenti in sistemi di riferimento mobili.

ESERCIZIO 2. Si studi il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = \frac{1}{|x|} + x + \alpha \log x^2,$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$. Al variare di α si discutano i seguenti punti.

- (2.1) Studiare il grafico dell'energia potenziale.
- (2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio per il sistema dinamico associato.
- (2.3) Discutere la loro stabilità.
- (2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, \dot{x}) .
- (2.5) Per $\alpha = 0$ verificare che la traiettoria con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 3/\sqrt{2})$ è periodica.
- (2.6) Scrivere il periodo della traiettoria considerata al punto (2.5) come integrale definito e darne una stima.

ESERCIZIO 3. Vincoli e sistemi rigidi.