

**FM1 - Tutorato X - Lunedì 24 Maggio 2004**  
**tutore Chiara Valenti**

1. Dato un sistema di riferimento  $\kappa = Oxyz$  (sistema assoluto), si consideri anche un sistema di riferimento mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  (sistema relativo), tale che l'asse  $\zeta$  di  $K$  coincide con l'asse  $z$  di  $\kappa$  e  $K$  ruota intorno all'asse  $\xi = z$  con velocità angolare costante  $\omega$ . I due sistemi  $\kappa$  e  $K$  coincidono all'istante iniziale  $t = 0$ .

Un punto materiale  $P$  di massa  $m = 1$  si muove lungo l'asse  $\xi$  sottoposto all'azione di una molla con costante elastica  $\lambda^2$  (così che se  $r$  è lo spostamento di  $P$  rispetto a  $O \equiv O'$  la forza di richiamo è data da  $-\lambda^2 r$ ). All'istante iniziale  $t = 0$  il punto materiale ha velocità nulla.

- (a) Scrivere la trasformazione rigida  $D : K \rightarrow \kappa$  come composizione di una traslazione  $C$  con una rotazione  $B$ , *i.e.*  $D = CB$ , e determinare  $C$  e  $B$ .
  - (b) scrivere l'equazione del moto nel sistema di riferimento mobile  $K$ . [Poiché il punto materiale è costretto a muoversi lungo l'asse  $\xi$ , qualsiasi componente della forza  $F_{TOT}$  non diretta lungo  $\xi$  è bilanciata da una corrispondente reazione vincolare e quindi non interviene nell'equazione del moto, in modo tale che le coordinate del punto materiale  $P$  lungo gli assi  $\eta$  e  $\zeta$  sono identicamente nulle.]
  - (c) Risolvere l'equazione del moto nel sistema  $K$  e determinare la traiettoria  $Q(t)$  in tale sistema, al variare del parametro  $\omega$ .
  - (d) Dimostrare che esiste un valore di  $\omega$  per il quale il punto materiale  $P$  risulta fermo nel sistema di riferimento  $K$ .
  - (e) Discutere sotto quali condizioni su  $\omega$  la soluzione  $q(t)$  descrive un moto periodico nel sistema di riferimento fisso  $\kappa$ .
2. Dato un sistema di riferimento  $\kappa = Oxyz$  (sistema assoluto), si consideri un sistema di riferimento mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  (sistema relativo), la cui origine  $O'$  si muove sul piano  $xy$  lungo la spirale  $r(t) = \theta(t) = t$ . L'asse  $\zeta$  di  $K$  si mantiene sempre parallelo all'asse  $z$  di  $\kappa$ , mentre il piano  $(\xi, \eta)$  ruota con velocità angolare costante  $\omega = 1$  intorno a  $O'$ ; i due sistemi  $\kappa$  e  $K$  coincidono all'istante  $t=0$ .  
Un punto materiale  $P$  si muove lungo l'asse  $\xi$  con legge oraria  $\xi(t) = t$ .
- (a) Scrivere la soluzione delle equazioni del moto  $q(t)$  nel sistema assoluto e  $Q(t)$  nel sistema relativo.

- (b) Determinare le velocità assoluta  $\mathbf{v}$ .
- (c) Determinare la velocità relativa  $\mathbf{v}'$
- (d) Determinare la componente traslatoria della velocità di trascinamento  $\mathbf{v}_0$ .
- (e) Determinare la componente rotatoria della velocità di trascinamento  $\mathbf{v}_T$ .
- (f) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto  $P$ .
- (g) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto  $P$ .
- (h) Determinare l'istante in cui il punto  $P$  attraversa la circonferenza di raggio 10 e centro  $O$  sul piano  $xy$ .