FM1 - Tutorato X - Lunedì 24 Maggio 2004
tutore Chiara Valenti

1. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto), si consideri anche un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo), tale che l'asse ζ di K coincide con l'assse z di κ e K ruota intorno all'asse $\xi = z$ con velocità angolare costante ω. I due sistemi κ e K coincidono all'istante iniziale $t = 0$.
   Un punto materiale P di massa $m = 1$ si muove lungo l'asse ξ sottoposto all'azione di una molla con costante elastica λ^2 (così che se r è lo spostamento di P rispetto a $O \equiv O'$ la forza di richiamo è data da $-\lambda^2 r$). All'istante iniziale $t = 0$ il punto materiale ha velocità nulla.

   (a) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \to \kappa$ come composizione di una traslazione C con una rotazione B, *i.e.* $D = CB$, e determinare C e B.

   (b) scrivere l'equazione del moto nel sistema di riferimento mobile K. [Poiché il punto materiale è costretto a muoversi lungo l'asse ξ, qualsiasi componente della forza F_{TOT} non diretta lungo ξ è bilanciata da una corrispondente reazione vincolare e quindi non interviene nell'equazione del moto, in modo tale che le coordinate del punto materiale P lungo gli assi η e ζ sono identicamente nulle.]

   (c) Risolvere l'equazione del moto nel sistema K e determinare la traiettoria $Q(t)$ in tale sistema , al variare del parametro ω.

   (d) Dimostrare che esiste un valore di ω per il quale il punto materiale P risulta fermo nel sistema di riferimento K.

   (e) Discutere sotto quali condizioni su ω la soluzione $q(t)$ descrive un moto periodico nel sistema di riferimento fisso κ.

2. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto), si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo), la cui origine O' si muove sul piano xy lungo la spirale $r(t) = \theta(t) = t$. L'asse ζ di K si mantiene sempre parallelo all'asse z di κ, mentre il piano (ξ, η) ruota con velocità angolare costante $\omega = 1$ intorno a O'; i due sistemi κ e K coincidono all'istante t=0.
   Un punto materiale P si muove lungo l'asse ξ con legge oraria $\xi(t) = t$.

   (a) Scrivere la soluzione delle equazioni del moto $q(t)$ nel sistema assoluto e $Q(t)$ nel sistema relativo.

(b) Determinare le velocità assoluta $\mathbf{v}$.

(c) Determinare la velocità relativa $\mathbf{v}'$

(d) Determinare la componente traslatoria della velocità di trascinamento $\mathbf{v_0}$.

(e) Determinare la componente rotatoria della velocità di trascinamento $\mathbf{v_T}$.

(f) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P.

(g) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P.

(h) Determinare l'istante in cui il punto P attraversa la circonferenza di raggio 10 e centro O sul piano xy.