FM1 - Tutorato II - Martedì 2 Marzo 2004
tutore Chiara Valenti

1. Si consideri il seguente sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \qquad x \in \mathbb{R}^n$$

con n opportuno, con condizioni iniziali generiche $x(0) = x_0$ e matrice A come nel tutorato I. Se ne trovi la soluzione.

2. Determinare per quali valori di a esiste la soluzione non nulla di

$$\begin{cases} \ddot{u} + \dot{u} + au = 0 \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

e trovarla.

3. Trovare le equazioni cartesiane delle curve $\phi(t) = (x(t), y(t))$ tali che

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

passanti per $(0,0), (1,2), (3,3)$.

4. Risolvere i seguenti sistemi di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax$$

con condizioni iniziali generiche $x(0) = x_0$ e matrice A :

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Risolvere per $a > 0, \quad a \in \mathbb{R}$
$\ddot{x} + a\dot{x} + x = 0$