

FM1 - Tutorato VII - Lunedì 26 Aprile 2004
tutore Chiara Valenti

1. Un punto materiale si muove su una retta soggetto ad una forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^2 - 1)(x + 2)^2$$

- (a) Scrivere l'equazione del sistema meccanico unidimensionale associato al problema;
 - (b) Verificare che l'energia è una costante del moto;
 - (c) Si studi la funzione energia potenziale, si determinino i punti di equilibrio e se ne discuta la stabilità;
 - (d) Si discutano qualitativamente le soluzioni del sistema al variare dell'energia totale e tracciare le curve di livello nel piano delle fasi;
 - (e) Si determini l'insieme dei dati iniziali che generano orbite periodiche;
 - (f) Trovare le tangenti alla separatrice nel punto d'equilibrio instabile del sistema;
 - (g) Verificare se per $E = 0$ esistono moti periodici e stimare il periodo.
 - (h) Stimare il periodo del moto quando $E \rightarrow V(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2})$.
2. Si consideri il sistema dinamico unidimensionale $\ddot{x} + \frac{dV}{dx}$ con $V(x)$ di classe C^1 su \mathbb{R} .
- (a) Sia $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che la curva di livello con energia $V_0 = V(x_0)$ è chiusa, regolare e definita in $[x_0, x_1]$ per $x_1 > x_0$ opportuno. Si studi il comportamento della curva di livello in un intorno di x_0 ;
 - (b) Sia x_0 un punto di massimo relativo per $V(x)$. Si studi il comportamento della separatrice in un intorno di x_0 .