

FM1 - Tutorato IX - Lunedì 10 Maggio 2004
tutore Chiara Valenti

1. Si consideri un punto materiale di massa 1 soggetto ad una forza centrale di potenziale

$$V(\rho) = \log \rho - \frac{\alpha}{4\rho^2} \quad \text{con } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Discutere il moto della variabile $\rho(t)$ al variare del parametro α rispondendo alle domande seguenti:

- (a) scrivere l'equazione del moto e il sistema dinamico associato;
 - (b) determinare i punti d'equilibrio e discuterne la stabilità;
 - (c) disegnare il grafico del potenziale efficace;
 - (d) analizzare qualitativamente le orbite nel piano $(\rho, \dot{\rho})$;
 - (e) determinare le traiettorie periodiche nel piano $(\rho, \dot{\rho})$;
 - (f) discutere le condizioni sotto le quali il moto complessivo del sistema è periodico.
2. Si consideri la particella di massa μ sottoposta all'azione di una forza centrale di energia potenziale

$$V(\rho) = \frac{1}{3}\rho^2 - \frac{1}{6}\rho^6.$$

- (a) si scrivano le equazioni del moto ed il principio di conservazione dell'energia;
- (b) si disegni il grafico del potenziale efficace;
- (c) si discuta qualitativamente il moto della particella e si dimostri che se il momento angolare L è abbastanza piccolo allora esistono due moti circolari uniformi. Se ne determinino i periodi T_1 e $T_2 < T_1$;
- (d) sia ρ_1 il raggio dell'orbita con periodo T_1 . Si studi il moto della particella con momento angolare L posta in $\rho(0) = \rho_1$ con velocità radiale iniziale $\dot{\rho}(0) = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\mu}}$, con $\varepsilon > 0$ piccolo;
- (e) si ponga e si studi il problema analogo al caso (d) per l'orbita di periodo T_2 .