

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2004/2005

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

PRIMA PROVA D'ESONERO (13-04-2005)

ESERCIZIO 1. Esponenziale di un operatore lineare: definizione e proprietà.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y(x^2 + y^2 - 1)(y + 1) + ((y + 1)^2 - x^2)(x^2 + 3y^2 - 1), \\ \dot{y} = f(x, y), \end{cases}$$

dove $f(x, y)$ è una funzione C^∞ .

(2.1) Si determini che forma deve avere $f(x, y)$ perché la funzione

$$H(x, y) = y(x^2 + y^2 - 1)(y + 1 - x)(y + 1 + x)$$

sia una costante del moto.

(2.2) Determinare i punti d'equilibrio.

(2.3) Discutere la loro stabilità.

(2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, y) , studiando le curve di livello della funzione $H(x, y)$ e le traiettorie del sistema dinamico.

ESERCIZIO 3. Teorema di Ljapunov: enunciato e dimostrazione.