

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2004/2005  
**FM1 - Equazioni differenziali e meccanica**  
TUTORATO III - LIVIA CORSI (11-03-05)

ESERCIZIO 1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} xe^{2t} = (1 + e^{2t})\dot{x} \\ x(0) = 2 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2. Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale ordinaria:

$$\dot{x} = \frac{t+x}{t-x}$$

(Sugg: considerare il cambiamento di variabili  $y = \frac{x}{t}$ )

ESERCIZIO 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x} - x = \cos t \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

ESERCIZIO 4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \ddot{x} + x = e^t \sin t \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

ESERCIZIO 5. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

con condizioni iniziali  $x(0) = (1, 0, 2)$ . Se ne trovi la soluzione.

ESERCIZIO 6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  esiste una soluzione non nulla di:

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\dot{x} + \alpha x = 0 \\ x(0) = 0 \\ x(1) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 7. Determinare le equazioni cartesiane della curva  $\gamma(t) = (x(t), y(t))$  tale che le sue componenti verificano:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + t \end{cases}$$

e passante per il punto  $(0, 0)$

Esercizio 8. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

con condizioni iniziali  $x(0) = (1, 2)$ . Se ne trovi la soluzione.