

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO XI - LIVIA CORSI (17-05-06)

ESERCIZIO 1. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema di riferimento fisso o assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ la cui origine O' si muove lungo il profilo di equazione

$$y = x^2(x+1)(x+2)$$

la componente lungo l'asse x del vettore che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = t$. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di k mentre l'asse ξ di K si mantiene sempre tangente alla curva $y = y(x)$. Un punto materiale P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo una circonferenza di centro O' e raggio $r = 1$ secondo la legge $\xi(t) = \cos 2t$.

(1.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow k$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .

(1.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi k e K .

(1.3) Determinare la velocità assoluta v e la velocità relativa v' .

(1.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento v_0 .

(1.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento v_T .

(1.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P .

(1.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P .

ESERCIZIO 2. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ la cui origine O' si muove lungo la curva piana $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ tale che le sue componenti verificano

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = \gamma_1 - \omega\gamma_2 \\ \dot{\gamma}_2 = \omega\gamma_1 + \gamma_2 \end{cases}$$

dove $\omega > 0$ è una costante; la componente lungo l'asse x del vettore che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = \gamma_1(t)$. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di k mentre l'asse ξ di K si mantiene tangente a $\gamma(t)$. All'istante iniziale il punto O' occupa la posizione $q_{O'} = (1, 0, 0)$. Un punto P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo l'asse ξ sotto l'azione di una molla di costante elastica $\lambda > 0$.

(2.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow k$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .

(2.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi k e K .

(2.3) Determinare la velocità assoluta v e la velocità relativa v' .

(2.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento v_0 .

(2.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento v_T .

(2.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P .

(2.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P .

ESERCIZIO 3. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema di riferimento fisso o assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ la cui origine O' si muove lungo la circonferenza \mathcal{C} di centro O e raggio $r = 2$. La componente lungo l'asse x che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x'_{O'}(t) = 2 \cos \omega_1 t$ con $\omega_1 > 0$ costante. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di k mentre l'asse ξ di K si mantiene ortogonale a \mathcal{C} . All'istante iniziale il punto O' occupa la posizione $q_{O'} = (2, 0, 0)$. Un punto P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo l'asse ξ secondo la legge oraria $\xi(t) = \cos t$.

(3.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow k$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .

(3.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi k e K .

(3.3) Determinare la velocità assoluta v e la velocità relativa v' .

(3.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento v_0 .

(3.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento v_T .

(3.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P .

(3.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P .