

**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006**  
**FM1 - Equazioni differenziali e meccanica**

TUTORATO XI - LIVIA CORSI (17-05-06)

ESERCIZIO 1. Dato un sistema di riferimento  $k = Oxyz$  (sistema di riferimento fisso o assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  la cui origine  $O'$  si muove lungo il profilo di equazione

$$y = x^2(x+1)(x+2)$$

la componente lungo l'asse  $x$  del vettore che individua il punto  $O'$  varia secondo la legge oraria  $x_{O'}(t) = t$ . L'asse  $\zeta$  di  $K$  si mantiene parallelo all'asse  $z$  di  $k$  mentre l'asse  $\xi$  di  $K$  si mantiene sempre tangente alla curva  $y = y(x)$ . Un punto materiale  $P$  di massa  $m = 1$  si muove nel sistema  $K$  lungo una circonferenza di centro  $O'$  e raggio  $r = 1$  secondo la legge  $\xi(t) = \cos 2t$ .

(1.1) Scrivere la trasformazione rigida  $D : K \rightarrow k$  come composizione di una traslazione con una rotazione  $D = C \circ B$  e determinare la forma di  $C$  e  $B$ .

(1.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi  $k$  e  $K$ .

(1.3) Determinare la velocità assoluta  $v$  e la velocità relativa  $v'$ .

(1.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento  $v_0$ .

(1.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento  $v_T$ .

(1.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto  $P$ .

(1.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto  $P$ .

ESERCIZIO 2. Dato un sistema di riferimento  $k = Oxyz$  (sistema assoluto) si consideri un sistema mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  la cui origine  $O'$  si muove lungo la curva piana  $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))$  tale che le sue componenti verificano

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = \gamma_1 - \omega\gamma_2 \\ \dot{\gamma}_2 = \omega\gamma_1 + \gamma_2 \end{cases}$$

dove  $\omega > 0$  è una costante; la componente lungo l'asse  $x$  del vettore che individua il punto  $O'$  varia secondo la legge oraria  $x_{O'}(t) = \gamma_1(t)$ . L'asse  $\zeta$  di  $K$  si mantiene parallelo all'asse  $z$  di  $k$  mentre l'asse  $\xi$  di  $K$  si mantiene tangente a  $\gamma(t)$ . All'istante iniziale il punto  $O'$  occupa la posizione  $q_{O'} = (1, 0, 0)$ . Un punto  $P$  di massa  $m = 1$  si muove nel sistema  $K$  lungo l'asse  $\xi$  sotto l'azione di una molla di costante elastica  $\lambda > 0$ .

(2.1) Scrivere la trasformazione rigida  $D : K \rightarrow k$  come composizione di una traslazione con una rotazione  $D = C \circ B$  e determinare la forma di  $C$  e  $B$ .

(2.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi  $k$  e  $K$ .

(2.3) Determinare la velocità assoluta  $v$  e la velocità relativa  $v'$ .

(2.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento  $v_0$ .

(2.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento  $v_T$ .

(2.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto  $P$ .

(2.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto  $P$ .

ESERCIZIO 3. Dato un sistema di riferimento  $k = Oxyz$  (sistema di riferimento fisso o assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile  $K = O'\xi\eta\zeta$  la cui origine  $O'$  si muove lungo la circonferenza  $\mathcal{C}$  di centro  $O$  e raggio  $r = 2$ . La componente lungo l'asse  $x$  che individua il punto  $O'$  varia secondo la legge oraria  $x'_{O'}(t) = 2 \cos \omega_1 t$  con  $\omega_1 > 0$  costante. L'asse  $\zeta$  di  $K$  si mantiene parallelo all'asse  $z$  di  $k$  mentre l'asse  $\xi$  di  $K$  si mantiene ortogonale a  $\mathcal{C}$ . All'istante iniziale il punto  $O'$  occupa la posizione  $q_{O'} = (2, 0, 0)$ . Un punto  $P$  di massa  $m = 1$  si muove nel sistema  $K$  lungo l'asse  $\xi$  secondo la legge oraria  $\xi(t) = \cos t$ .

(3.1) Scrivere la trasformazione rigida  $D : K \rightarrow k$  come composizione di una traslazione con una rotazione  $D = C \circ B$  e determinare la forma di  $C$  e  $B$ .

(3.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi  $k$  e  $K$ .

(3.3) Determinare la velocità assoluta  $v$  e la velocità relativa  $v'$ .

(3.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento  $v_0$ .

(3.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento  $v_T$ .

(3.6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto  $P$ .

(3.7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto  $P$ .