Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO II - LIVIA CORSI (08-03-06)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \qquad x \in \mathbb{R}^3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

con condizioni iniziali $x(0) = (-1, 1, -2)$. Se ne determini la soluzione.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \qquad x \in \mathbb{R}^2, \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

con condizioni iniziali $x(0) = (1, -2)$. Se ne trovi la soluzione.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \qquad x \in \mathbb{R}^3, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

con condizioni iniziali $x(0) = (-1, 0, 3)$. Se ne trovi la soluzione.

ESERCIZIO 4. Risolvere il seguente problema di Caucy

$$\begin{cases} \ddot{x} - x = -4te^t \\ x(0) = 2 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 5. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste una soluzione non nulla di

$$\begin{cases} \ddot{x} - 4\dot{x} + 2\alpha x = 0 \\ x(0) = 0 \\ x(\pi) = 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 6. Determinare le equazioni cartesiane della curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ tale che le sue componenti verificano:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + \sin t \cos t \\ \dot{y} = x + \sin^2 t \end{cases}$$

e passante per il punto $(0, 0)$