

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2005/2006
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO VIII - LIVIA CORSI (26-04-06)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale descritto dall'equazione

$$\ddot{x} = \frac{x^2 - 2x}{(x^2 - 2x + 2)^2}$$

Si scelga l'energia potenziale in modo tale che sia $V(0) = -1/2$

(1.1) Verificare che il moto che si svolge sulla curva di livello Γ_E , con $E = -1/5$, per un'opportuna scelta del dato iniziale \bar{x} , è periodico.

(1.2) Se ne stimi il periodo.

(1.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.

(1.4) Dopo aver tracciato un grafico qualitativo dell'energia potenziale, studiare le curve di livello nel piano delle fasi.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale $V(x)$ uguale all'estensione periodica su tutta la retta reale della funzione

$$W(x) = x \sin x + \cos x - \frac{1}{2} \sin^2 x \quad x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

(2.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.

(2.2) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.

(2.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.

(2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, \dot{x}) .

(2.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^4 + 2x^2 - 8x + 5)e^x$$

(3.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.

(3.2) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.

(3.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.

(3.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.

(3.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.