

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica
TUTORATO I - LIVIA CORSI (28-2-07)

ESERCIZIO 1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{e^t(1-x^2t) - 1}{xt^2e^t} \\ x(1) = 2 \end{cases}$$

(Sugg: Considerare la sostituzione $y = tx$)

ESERCIZIO 2. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \dot{x}^2 t \cos t = 0 \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

(Sugg: Considerare la sostituzione $y = \dot{x}$)

ESERCIZIO 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{t} \left(\frac{x}{t} - 1 \right) \\ x(1) = 1 \end{cases}$$

(Sugg: Considerare la sostituzione $y = \frac{x}{t}$)

ESERCIZIO 4. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

con condizioni iniziali $(x(0), y(0)) = (0, 1)$. Se ne determini la soluzione.

ESERCIZIO 5. Dire se le seguenti equazioni differenziali danno luogo a flussi globalmente definiti.

(5.1) $\dot{x} = x^2, \quad x \in \mathbb{R}$

(5.2) $\dot{x} = \cos^2 x, \quad x \in \mathbb{T}^1$

(5.3) $\dot{x} = e^{-x}, \quad x \in \mathbb{R}$

(5.4) $\dot{x} = 2x, \quad x \in \mathbb{R}$

ESERCIZIO 6. Dato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = x^\alpha, & \alpha > 0 \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

(6.1) Dire per quali valori di α il problema ammette un'unica soluzione.

(6.2) Cosa succede se si cambia in dato iniziale con $x(0) = 1$?