

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica
TUTORATO X - LIVIA CORSI (16-05-07)

ESERCIZIO 1. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo), che ruoti in senso orario intorno all'asse ζ con velocità angolare ω_0 costante, mentre l'origine O' si muove lungo la curva $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_3(t))$ tale che le sue componenti verificano

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = -\omega\gamma_2 \\ \dot{\gamma}_2 = \omega\gamma_1 \\ \dot{\gamma}_3 = 0 \end{cases}$$

dove $\omega > 0$ è una costante; la componente lungo l'asse x del vettore che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = \gamma_1(t)$ e l'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di κ . All'istante iniziale O' occupa la posizione $\mathbf{q}_{O'} = (1, 0, 0)$. Un punto P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo l'asse η sotto l'azione di una molla di costante elastica $\lambda > 0$.

- (1.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow \kappa$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .
- (1.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi K e κ .
- (1.3) Determinare la velocità assoluta \mathbf{v} e la velocità relativa \mathbf{v}' .
- (1.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento \mathbf{v}_0 .
- (1.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento \mathbf{v}_T .
- (1.6) Determinare la forza centrifuga e la forza di Coriolis che agiscono sul punto P .

ESERCIZIO 2. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo), la cui origine si muove nel piano Oxy lungo il profilo di equazione

$$y = x^2$$

La componente lungo l'asse x del vettore che individua il punto O' varia secondo la legge oraria $x_{O'}(t) = t \sin t$. L'asse ζ di K si mantiene parallelo all'asse z di κ mentre l'asse ξ di K si mantiene sempre tangente alla curva $y = y(x)$. All'istante iniziale i due sistemi coincidono. Un punto materiale P di massa $m = 1$ si muove nel sistema K lungo una circonferenza nel piano $O'\xi\eta$ di centro O' e raggio $r = 1$, secondo la legge $\xi(t) = \cos 4t$.

- (2.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow \kappa$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .
- (2.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi K e κ .
- (2.3) Determinare la velocità assoluta \mathbf{v} e la velocità relativa \mathbf{v}' .
- (2.4) Scrivere la componente traslatoria della velocità di trascinamento \mathbf{v}_0 .
- (2.5) Scrivere la componente rotatoria della velocità di trascinamento \mathbf{v}_T .
- (2.6) Determinare la forza centrifuga e la forza di Coriolis che agiscono sul punto P .

ESERCIZIO 3. Dato un sistema di riferimento $\kappa = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$, tale che l'asse ζ di K coincide con l'asse z di κ e K ruota intorno all'asse $\zeta = z$ con velocità angolare costante $\omega_0 > 0$. I due sistemi κ e K coincidono all'istante iniziale $t = 0$. Un punto materiale P di massa $m = 2$ si muove in K sul piano $O'\xi\eta$ lungo la circonferenza di centro O' e raggio $r = 1$ con velocità angolare costante ω_1 .

- (3.1) Scrivere la trasformazione rigida $D : K \rightarrow \kappa$ come composizione di una traslazione con una rotazione $D = C \circ B$ e determinare la forma di C e B .
- (3.2) Scrivere la legge del moto nei sistemi K e κ .
- (3.3) Determinare la velocità assoluta \mathbf{v} e la velocità relativa \mathbf{v}' .
- (3.4) Scrivere la componente traslatoria \mathbf{v}_0 e la componente rotatoria \mathbf{v}_T della velocità di trascinamento.
- (3.5) Determinare la forza centrifuga e la forza di Coriolis che agiscono sul punto P .
- (3.6) Dimostrare che esiste un valore di ω_1 per il quale il punto P risulta fermo nel sistema di riferimento κ .
- (3.7) Discutere sotto quali condizioni su ω_0 e ω_1 il moto complessivo risulta periodico.