

**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007**  
**FM1 - Equazioni differenziali e meccanica**  
TUTORATO II - LIVIA CORSI (07-03-07)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = y + z \\ \dot{z} = z \end{cases}$$

con condizioni iniziali  $(x(0), y(0), z(0)) = (0, 1, 1)$ . Se ne trovi la soluzione.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & -4 \\ -7 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

con dato iniziale  $x(0) = (1, 2, 1)$ . Se ne determini la soluzione. Verificare in particolare che il moto descritto dal sistema è planare e descrivere il piano su cui si svolge.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y \\ \dot{y} = -x \end{cases}$$

con condizioni iniziali  $(x(0), y(0)) = (1, 1)$ . Se ne determini la soluzione.

ESERCIZIO 4. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

con condizioni iniziali generiche  $x(0) = x_0$ . Se ne trovi la soluzione al variare del parametro  $\alpha$ .

ESERCIZIO 5. Sia  $A \in M_n(\mathbb{R})$  e sia  $S$  l'insieme delle soluzioni del problema

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax, & x \in \mathbb{R}^n \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

al variare del dato iniziale.

(5.1) Verificare che  $S$  è un sottospazio vettoriale di  $C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$  isomorfo a  $\mathbb{R}^n$ .

(5.2) Mostrare che la derivazione  $d/dt$  è un'operatore lineare su  $S$  i cui autospazi corrispondono agli autospazi di  $A$ .