

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO VII - LIVIA CORSI (18-04-07)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = x^3(x - 2)e^{-x}$$

- (1.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (1.2) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.
- (1.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e disutarne la stabilità.
- (1.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.
- (1.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = \sin^2 x, \quad x \in \mathbb{T}$$

- (2.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (2.2) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.
- (2.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e disutarne la stabilità.
- (2.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.
- (2.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.
- (2.6) Calcolare esplicitamente una traiettoria con $E = 1$ e dato iniziale $x(0) = 0$

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^2 - 1)e^{-x^2} + 1$$

- (3.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (3.2) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.
- (3.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e disutarne la stabilità.
- (3.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.
- (3.5) Determinare l'insieme dei dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.
- (3.6) Verificare in particolare che esiste una traiettoria periodica per $E = 1$, scriverne il periodo come integrale indefinito e darne una stima.