

**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2007/2008**  
**FM1 - Equazioni differenziali e meccanica**  
TUTORATO III - LIVIA CORSI (12-03-08)

ESERCIZIO 1. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2t - t^2 \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

al variare del dato iniziale  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

ESERCIZIO 2. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x} - te^t \dot{x}^{-2} = 0 \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

(*Suggerimento.* Considerare la sostituzione  $y = \dot{x}$ .)

ESERCIZIO 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\sin t - t^2 x^3 - x + 1}{t^3 x^2 + t} \\ x(1) = 1 \end{cases}$$

(*Suggerimento.* Considerare la sostituzione  $y = tx$ .)

ESERCIZIO 4. Si consideri il problema di Cauchy in  $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 + t^2 + (x - t)(x - 3t) \\ x(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Determinare l'intervallo di definizione della soluzione.

(*Suggerimento.* Si cerchino soluzioni della forma  $x(t) = 2t + y(t)$ .)

ESERCIZIO 5. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{2x + t^2 e^{2x/t} \cos \ln t}{2t} \\ x(1) = 0 \end{cases}$$

(*Suggerimento.* Considerare la sostituzione  $y = 2x/t$ .)

ESERCIZIO 6. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = (t + x)^2 - 2x - 2t \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

Cosa succede cambiando il dato iniziale?

(*Suggerimento.* Si cerchi un opportuno cambio di variabili.)