

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2007/2008
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica
TUTORATO IV - LIVIA CORSI (19-03-08)

ESERCIZIO 1. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y \\ \dot{y} = 8x(x+1)^3(x-1)^3 \end{cases}$$

- (1.1) Determinare una costante del moto per il sistema.
- (1.2) Determinare i punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (1.3) Studiare qualitativamente le curve di livello

$$\Gamma_E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : H(x, y) = E\}$$

nel piano delle fasi e analizzare i versi di percorrenza delle corrispondenti traiettorie.

- (1.4) Individuare i dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.
- (1.5) Scrivere esplicitamente la soluzione $(x(t), y(t))$ con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, 1)$

ESERCIZIO 2. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - y^2 \\ \dot{y} = -y - x^2 \end{cases}$$

- (2.1) Determinare i punti d'equilibrio e discuterne la natura.
- (2.2) Stimare il bacino d'attrazione di eventuali punti d'equilibrio asintoticamente stabili.

ESERCIZIO 3. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy - x^4 + x^2 \\ \dot{y} = 4x^3y - y^2 - 2xy \end{cases}$$

- (3.1) Determinare una costante del moto per il sistema.
- (3.2) Determinare i punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (3.3) Studiare qualitativamente le curve di livello

$$\Gamma_E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : H(x, y) = E\}$$

nel piano delle fasi e analizzare i versi di percorrenza delle corrispondenti traiettorie.

- (3.4) Individuare i dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.
- (3.5) Scrivere esplicitamente la soluzione $(x(t), y(t))$ con dato iniziale $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 0)$