

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2007/2008
FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO VII - LIVIA CORSI (16-04-2008)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = x^3 e^{-x^2}.$$

- (1.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (1.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (1.3) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.
- (1.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = -x^4 + 5x^2 - \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Al variare di α si discutano i seguenti punti.

- (2.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (2.3) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale e analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, \dot{x}) .
- (2.4) Verificare in particolare che esiste una traiettoria periodica per $\alpha = 4$ con energia meccanica $E = 0$.
- (2.4) Scrivere il periodo T della traiettoria al punto precedente come integrale definito e darne una stima.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale conservativo descritto dall'equazione

$$\ddot{x} = \frac{x^2 - 2x}{(x^2 - 2x + 2)^2}.$$

Si scelga l'energia potenziale in modo tale che sia $V(0) = -1/2$

- (3.1) Verificare che il moto che si svolge sulla curva di livello Γ_E , con $E = -1/5$, per un'opportuna scelta del dato iniziale \bar{x} , è periodico.
- (3.2) Se ne stimi il periodo.
- (3.3) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (3.4) Dopo aver tracciato un grafico qualitativo dell'energia potenziale, studiare le curve di livello nel piano delle fasi.