

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2007/2008

FM1 - Equazioni differenziali e meccanica

TUTORATO VIII - LIVIA CORSI (23-04-2008)

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = \frac{5x + 1}{x} e^{x/4}$$

- (1.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (1.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (1.3) Studiare qualitativamente il grafico dell'energia potenziale.
- (1.4) Analizzare qualitativamente il moto nel piano delle fasi.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = x(x - 2)e^{x/2}$$

- (2.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (2.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (2.3) Studiare il grafico dell'energia potenziale e analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, \dot{x}) .
- (2.4) Verificare in particolare che esiste una traiettoria periodica con energia meccanica $E = 0$.
- (2.5) Scrivere il periodo T della traiettoria al punto precedente come integrale definito e darne una stima.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale $V(x)$ uguale all'estensione periodica su tutta la retta reale della funzione

$$W(x) = x \sin x + \cos x - \frac{1}{2} \sin^2 x \quad x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

- (3.1) Scrivere le equazioni del sistema dinamico associato.
- (3.2) Determinare eventuali punti d'equilibrio e discuterne la stabilità.
- (3.3) Studiare il grafico dell'energia potenziale e analizzare qualitativamente il moto nel piano (x, \dot{x}) .