

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'APPELLO - COMPITO A (21-02-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|,$$

si calcolino

(1.1) $f'(x)$ e in particolare $f'(0)$;

(1.2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;

(1.3) FACOLTATIVO: si discuta per quali x la funzione $f(x)$ è continua e per quali x è derivabile.

ESERCIZIO 2. [4+3] Si calcoli uno dei due limiti seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arctg x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - x - 1) \ln(1+x)}{(1 - \cos x) \sin x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il secondo limite.

ESERCIZIO 3. [4] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (0, 1, 2)$ e $\vec{w} = (2, 1, 0)$,

(3.1) si determini il vettore $4\vec{v} - 3\vec{w}$;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.3) si determini l'angolo compreso tra i due vettori;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

ESERCIZIO 4. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},$$

(4.1) si calcoli la matrice A^2 ;

(4.2) si calcoli $\det A$;

(4.3) si calcoli $\det A^4$;

(4.4) si determinino gli autovalori e gli autovettori di A ;

(4.5) FACOLTATIVO: si diagonalizzi A .

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x\sqrt{x^2-3}}{x^2+1} dx.$$

ESERCIZIO 6. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4+1}{x^2}}.$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'APPELLO - COMPITO B (21-02-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = \left| \frac{x+2}{x-2} \right|,$$

si calcolino

(1.1) $f'(x)$ e in particolare $f'(0)$;

(1.2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;

(1.3) FACOLTATIVO: si discuta per quali x la funzione $f(x)$ è continua e per quali x è derivabile.

ESERCIZIO 2. [4+3] Si calcoli uno dei due limiti seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - x - \arctg(x^2)}{(1+x^3)^2 - (1-x^3)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \ln(1+x^2)}{\sin x - x \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il secondo limite.

ESERCIZIO 3. [4] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (2, 1, 0)$ e $\vec{w} = (0, 1, 2)$,

(3.1) si determini il vettore $4\vec{v} - 3\vec{w}$;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.3) si determini l'angolo compreso tra i due vettori;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

ESERCIZIO 4. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix},$$

(4.1) si calcoli la matrice A^2 ;

(4.2) si calcoli $\det A$;

(4.3) si calcoli $\det A^4$;

(4.4) si determinino gli autovalori e gli autovettori di A ;

(4.5) FACOLTATIVO: si diagonalizzi A .

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x^2 - 2}} dx.$$

ESERCIZIO 6. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4}{x^2 + 2}}.$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**