

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - QUARTO APPELLO (24-06-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite usando o il metodo di Taylor o il metodo di de l'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^2 \sin(x^2)}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando l'altro metodo.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 3x + 2).$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Data la funzione

$$f(x) = |\log(x^2)|,$$

- (3.1) si determini il dominio della funzione  $f(x)$ ,
- (3.2) si determini per quali valori di  $x$  si ha  $f(x) = 0$ ,
- (3.3) si discuta per quali  $x \in \mathbb{R}$  la funzione è continua,
- (3.4) si discuta per quali  $x \in \mathbb{R}$  la funzione è derivabile.

FACOLTATIVO: si calcoli  $f'(x)$  ove possibile.

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{w} = (2, 0, 1)$ ,

- (4.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = 2\vec{v} - \vec{w}$  e  $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$ ;
- (4.2) si calcolino i prodotti scalari  $\vec{v} \cdot \vec{w}$  e  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;
- (4.3) si determinino l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  e l'angolo  $\theta$  compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ;
- (4.4) si calcolino i prodotti vettoriali  $\vec{v} \wedge \vec{w}$  e  $\vec{a} \wedge \vec{b}$ .

FACOLTATIVO: si discuta quali vettori dell'insieme  $\{\vec{v}, \vec{w}, \vec{a}, \vec{b}\}$  sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

- (5.1) si calcoli  $\det A$ ;
- (5.2) si calcolino gli autovalori di  $A$ ;
- (5.3) si calcoli la matrice  $A^2$ .

FACOLTATIVO: si calcoli la matrice  $A^3$ .

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^3 + x^2 + 2}{x^2 + 3} dx.$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**