

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - QUINTO APPELLO (18-07-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite usando o il metodo di Taylor o il metodo di de l'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{e^x - e^{-x}} - e^{2x}}{x^3}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando l'altro metodo.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x e^{-1/x^2}.$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) se ne studi la continuità, (iii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iv) si discuta dove è convessa o concava e (v) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = |x^2 - x^3|,$$

(3.1) si determini per quali valori di x si ha $f(x) = 0$,

(3.2) si discuta per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è continua,

(3.3) si discuta per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è derivabile.

(3.4) si calcoli $f'(x)$ ove possibile.

FACOLTATIVO: si studi il grafico della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Nel piano xy siano r la retta di equazione $x - 2y + 2 = 0$ e $P = (x_0, y_0)$ il punto di coordinate $x_0 = 3$ e $y_0 = 0$.

(i) Si determini un vettore \vec{v} parallelo alla retta r .

(ii) Si determini un vettore \vec{w} ortogonale a \vec{v} .

(iii) Si determini la retta s ortogonale a r e passante per il punto P .

(iv) Si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s .

(v) Si calcoli la distanza del punto P dalla retta r .

FACOLTATIVO: si determini la retta t parallela a r e passante per il punto P .

ESERCIZIO 5. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(5.1) si calcoli $\det A$;

(5.2) si calcoli la matrice A^2 ;

(5.3) si calcoli la matrice A^3 .

FACOLTATIVO: si calcoli la matrice A^n per ogni $n \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$$