Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2012/2013

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SESTO APPELLO (13-09-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{x+\sin x}}{x^3}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = e^{x+\ln x}.$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) se ne studi la continuità, (iii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iv) si discuta dove è convessa o concava e (v) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = |x - 1|(1 + x),$$

- (3.1) si determini per quali valori di x si ha $f(x) = 0$,
- (3.2) si discuta per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è continua,
- (3.3) si discuta per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è derivabile.
- (3.4) si calcoli $f'(x)$ ove possibile.

FACOLTATIVO: si disegni il grafico della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 5, 3)$ e $\vec{w} = (4, 0, 1)$,

- (4.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = 4\vec{v} - \vec{w}$;
- (4.2) si calcolino i prodotti scalari $\vec{v} \cdot \vec{w}$ e $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
- (4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;
- (4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si dimostri che, dei vettori $\vec{v}, \vec{w}, \vec{a}, \vec{b}$ solo due sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

- (5.1) si calcoli $\det A$;
- (5.2) si determinino gli autovalori di A ;
- (5.2) si calcolino le matrici A^2, A^3 e A^4 .
- (5.4) si dimostri che $\det A^4 = \det A^2 + \det A^3$.

FACOLTATIVO: si calcoli la matrice A^n per ogni $n \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int e^{3x} e^{e^x} dx.$$