

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SETTIMO APPELLO (05-11-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x} + e^{2x} - \cos 2x}{\sin x - x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 - 1}.$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) se ne studi la continuità, (iii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iv) si discuta dove è convessa o concava e (v) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Data la funzione

$$f(x) = x|x - 1|,$$

(3.1) si risolva la disequazione $f(x) > x^2$,

(3.2) si calcoli $f'(x)$ ove possibile.

FACOLTATIVO: si disegni il grafico della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 3, 4)$ e $\vec{w} = (4, 2, 1)$,

(4.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$;

(4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{a} e \vec{b} ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

FACOLTATIVO: si dimostri che i vettori $\vec{v}, \vec{w}, \vec{a}$ sono linearmente dipendenti.

ESERCIZIO 5. [4+2] Data le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

(5.1) si calcoli $\det A$;

(5.2) si calcoli $\det B$;

(5.3) si determini AB ;

(5.4) si calcoli $\det(AB)$.

FACOLTATIVO: si determinino gli autovalori di A .

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x + 1}{(x - 1)(x^2 + 1)} dx.$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**