

## II appello di Matematica I a.a. 2011/2012 compito a

1\*) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}$$

2\*) Fare uno studio completo della funzione:

$$f(x) = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

3\*) Dati i vettori:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j} \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \mathbf{j} \quad \mathbf{w} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$$

calcolare

$$\frac{1}{2}\mathbf{v} - 3\mathbf{u} - \frac{1}{3}\mathbf{w} \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}.$$

Determinare l'angolo tra  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ .

Determinare se i vettori  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{w}$  sono indipendenti.

4\*) Date le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcolare

$$3A - 2B, \quad AB, \quad BA, \quad \det(AB), \quad A^{-1}.$$

Calcolare gli autovalori e gli autovettori di  $A$ . Diagonalizzare  $A$ .

5\*) Calcolare l'integrale definito:

$$\int_2^3 \left( \frac{1}{x \log x} + \tan x \right) dx$$

6\*) Calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^\pi \sin^4 x dx$$