

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2012/2013

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO A (24-11-2012)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio delle prime due delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(2e^{x^2-2x} - 2),$$

$$h(x) = \sin(\ln(1+x^2)),$$

$$g(x) = \sqrt{x^{2/3} - 3x^{8/3}}.$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio della terza funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x$$

da $[0, 1]$ a $[0, 1]$. Si verifichi se la funzione è crescente, iniettiva e suriettiva.

FACOLTATIVO: Si dica se la funzione è invertibile e, in caso affermativo, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcolino le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(\sin(4+x^3)),$$

$$g(x) = \operatorname{arctg}((1+x^{2/3})^{1/2}).$$

ESERCIZIO 4. [6+2] Si calcolino i primi due dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2}{x+2} \right),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x + \cos x - 2}{x^3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{1/x^2}.$$

FACOLTATIVO: Si calcoli il terzo limite.

ESERCIZIO 5. [3+2] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x|x|.$$

FACOLTATIVO: Si dimostri in particolare che $f(x)$ è derivabile ovunque e si discuta dove è derivabile $f'(x)$.

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}.$$

In particolare si determini dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2012/2013

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO B (24-11-2012)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio delle prime due delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(2e^{x^2+x} - 2), \\h(x) &= \cos(\log(3 + x^2)), \\g(x) &= \sqrt{x^{4/5} - 5x^{14/5}}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio della terza funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4 - 2x^2 - 2x}$$

da $[0, 1]$ a $[0, 1]$. Si verifichi se la funzione è decrescente, iniettiva e suriettiva.

FACOLTATIVO: Si dica se la funzione è invertibile e, in caso affermativo, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcolino le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(\cos(x + x^4)), \\g(x) &= \operatorname{arctg} \sqrt{5 + x^5}.\end{aligned}$$

ESERCIZIO 4. [6+2] Si calcolino i primi due dei seguenti limiti:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+8} - \frac{x^2}{x+4} \right), \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin^2 x - \cos x - x}{2x^3}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{1/x^2}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si calcoli il terzo limite.

ESERCIZIO 5. [3+2] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x^2|x|.$$

FACOLTATIVO: Si dimostri in particolare che $f(x)$ è derivabile ovunque e si discuta dove è derivabile $f'(x)$.

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}.$$

In particolare si determini dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO C (24-11-2012)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio delle prime due delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(4e^{x^2-4x} - 4),$$

$$h(x) = \sin(\log(4 + x^4)),$$

$$g(x) = \sqrt{x^{2/3} - 6x^{8/3}}.$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio della terza funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2 - 3x}$$

da $[0, 1]$ a $[0, 1]$. Si verifichi se la funzione è decrescente, iniettiva e suriettiva.

FACOLTATIVO: Si dica se la funzione è invertibile e, in caso affermativo, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcolino le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln(\cos(1 + x^2)),$$

$$g(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{1 + \sqrt{x}}.$$

ESERCIZIO 4. [6+2] Si calcolino i primi due dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+5} - \frac{x^2}{x+3} \right),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x (\sin x - 1) + \cos x}{x^3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)^{1/x}.$$

FACOLTATIVO: Si calcoli il terzo limite.

ESERCIZIO 5. [3+2] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x^3|x|.$$

FACOLTATIVO: Si dimostri in particolare che $f(x)$ è derivabile ovunque e si discuta dove è derivabile $f'(x)$.

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 2}.$$

In particolare si determini dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**