ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x}{1+x} - \cos x}{e^{2x} - 1 - \ln(1+2x)}.$$

FACOLTATIVO: si usi un metodo differente da quello usato precedentemente per calcolare il limite.

ESERCIZIO 2. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x-1|x}{1+x},$$

(2.1) si calcoli la derivata di $f(x)$ per $x > 1$ e si verifichi che $f'(3) = 7/8$;

(2.2) si determini il dominio della funzione;

(2.3) si mostri che la funzione è derivabile per $x \in (-1, 1)$ e si calcoli $f'(0)$.

FACOLTATIVO: si discuta se la funzione sia derivabile in $x = 1$.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 4 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) se ne calcoli il determinante;

(3.2) se ne calcolino gli autovalori.

FACOLTATIVO: si calcoli A^2 e $\det A^2$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (7, 8, 5)$ e $\vec{w} = (4, 5, 3)$,

(4.1) si determini il vettore $\vec{a} = 5\vec{v} - 8\vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(4.3) si determini l'angolo compreso tra i due vettori;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$;

FACOLTATIVO: si discuta se i tre vettori $\vec{v}$, $\vec{v} \wedge \vec{w}$ e $\vec{a}$ sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^{1/2} \ln(1+4x^2) dx.$$

ESERCIZIO 6. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}{x}.$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**