

Corso di laurea in Scienza Geologiche - Anno Accademico 2012/2013

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - TERZO APPELLO (16-04-2013)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite usando o il metodo di Taylor o il metodo di de l'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - \cos x - \ln(1+x)}{\sqrt{1+x^2} - \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando l'altro metodo.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{4x + 2}.$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Data la funzione

$$f(x) = |\sin x|,$$

(3.1) si calcoli  $f(n\pi/2)$  per  $n \in \mathbb{N}$ ;

(3.2) si discuta per quali  $x \in \mathbb{R}$  la funzione è derivabile e si calcoli  $f'(x)$ .

FACOLTATIVO: si calcoli il periodo di  $f(x)$ .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{w} = (1, 0, 1)$ ,

(4.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = 5\vec{v} - 4\vec{w}$  e  $\vec{b} = 5\vec{w} - 4\vec{v}$ ;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;

(4.3) si determini l'angolo compreso tra i due vettori;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$  e si verifichi che  $\vec{v} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = \vec{w} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$ .

FACOLTATIVO: si verifichi che i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

(5.1) si calcoli  $\det A$ ;

(5.2) si calcoli la matrice  $A^2$ ;

(5.3) si calcoli  $\det A^3$ .

FACOLTATIVO: si calcolino gli autovalori di  $A$ .

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^\pi x \sin x \cos x dx.$$

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.