

**MAT1 - Matematica 1**

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO C (24-11-2012)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio delle prime due delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(4e^{x^2-4x} - 4), \\h(x) &= \sin(\log(4 + x^4)), \\g(x) &= \sqrt{x^{2/3} - 6x^{8/3}}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio della terza funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2 - 3x}$$

da  $[0, 1]$  a  $[0, 1]$ . Si verifichi se la funzione è decrescente, iniettiva e suriettiva.

FACOLTATIVO: Si dica se la funzione è invertibile e, in caso affermativo, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcolino le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(\cos(1 + x^2)), \\g(x) &= \operatorname{arctg} \sqrt{1 + \sqrt{x}}.\end{aligned}$$

ESERCIZIO 4. [6+2] Si calcolino i primi due dei seguenti limiti:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x+5} - \frac{x^2}{x+3} \right), \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x (\sin x - 1) + \cos x}{x^3}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x - 1}{x} \right)^{1/x}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si calcoli il terzo limite.

ESERCIZIO 5. [3+2] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x^3|x|.$$

FACOLTATIVO: Si dimostri in particolare che  $f(x)$  è derivabile ovunque e si discuta dove è derivabile  $f'(x)$ .

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 2}.$$

In particolare si determini dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**