

MAT1 - Matematica 1

SECONDA PROVA D'ESONERO (20-01-2014)

ESERCIZIO 1. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (4, 2, 1)$ e $\vec{w} = (3, 1, 1)$, si calcoli:

- (i) il vettore $3\vec{v} - 4\vec{w}$;
- (ii) il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
- (iii) l'angolo φ compreso tra i due vettori;
- (iv) il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: Si discuta se i tre vettori \vec{v} , \vec{w} e $\vec{v} \wedge \vec{w}$ siano linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 2. [5+1] Nel piano xy sia r la retta di equazione $3x + 5y - 15 = 0$.

- (i) Si determini un vettore \vec{v} parallelo alla retta r .
- (ii) Si determini un vettore \vec{w} ortogonale a \vec{v} .
- (iii) Si determini la retta s ortogonale a r e passante per l'origine $O = (0, 0)$.
- (iv) Si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s .
- (v) Si calcoli la distanza della retta r dall'origine.

FACOLTATIVO: Si determini l'area del triangolo OPQ , dove P è il punto in cui r interseca l'asse x .

ESERCIZIO 3. [5+1] Date le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

- (i) si calcoli la matrice $S = A + B$,
- (ii) si verifichi che le tre matrici A , B e S commutano tra loro,
- (iv) si determinino autovalori e autovettori di A , B e S .

FACOLTATIVO: Si calcoli $\alpha = \det A^6 + \det S^5$.

ESERCIZIO 4. [7] Si calcoli l'integrale indefinito:

$$\int \frac{dx}{x^4 - 1}.$$

ESERCIZIO 5. [4+3] Si calcoli uno dei due integrali definiti:

$$\int_1^2 \ln \sqrt{x} \, dx, \quad \int_0^1 x^5 e^x \, dx.$$

FACOLTATIVO: Si calcoli anche l'altro integrale.

ESERCIZIO 6. [5] Si calcoli il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2 \ln(1+x) - \ln(1+2x))}{e^{x - \sin x} - 1}$$

utilizzando la formula di Taylor.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**