

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'APPELLO (20-01-2015)

ESERCIZIO 1. [5] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}.$$

ESERCIZIO 2. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = |x| |x-2| (|x-4| - 4),$$

- (2.1) si discuta se la funzione è continua in $x = 1$ e in $x = 0$;
(2.2) si mostri che $f(x)$ è derivabile in $x = 1$ e si calcoli $f'(1)$;
(2.3) si mostri che $f(x)$ è derivabile in $x = 0$ e si calcoli $f'(0)$.
FACOLTATIVO: in quali punti la funzione non è derivabile?

ESERCIZIO 3. [5+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

- (3.1) si calcoli A^2 ;
(3.2) si calcolino gli autovalori di A ;
(3.3) si determinino gli autovettori corrispondenti.
FACOLTATIVO: si determinino gli autovalori e gli autovettori della matrice A^2 .

ESERCIZIO 4. [4+2] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 1, 0)$ e $\vec{w} = (0, 1, 1)$,

- (4.1) si determini il vettore $\vec{u} = \vec{v} \wedge \vec{w}$;
(4.2) si calcolino i prodotti scalari $\vec{v} \cdot \vec{w}$, $\vec{v} \cdot \vec{u}$ e $\vec{w} \cdot \vec{u}$;
(4.3) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{u} \wedge \vec{v}$ e $\vec{b} = \vec{u} \wedge \vec{w}$;
(4.4) si calcoli il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
FACOLTATIVO: si trovino tra $\{\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}, \vec{a}, \vec{b}\}$ tre vettori linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{e^{1/x}}{x^3} dx.$$

ESERCIZIO 6. [8] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = 1 - x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{4}x^4.$$

In particolare si determini il dominio della funzione, si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**