

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - SETTIMO APPELLO (03-11-2015)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - e^{x^2} + 2x e^x - 2x}{e^x - e^{-x} - 2x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}}.$$

In particolare

- (i) se ne determini il dominio,
- (ii) si individuino eventuali punti di massimo o di minimo,
- (iii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,
- (iv) si discuta dove è convessa o concava,
- (v) si studi l'esistenza di asintoti.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_1^3 x \sqrt{1+x} dx.$$

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (3, 2, 1)$  e  $\vec{w} = (1, 1, 1)$ ,

- (4.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$  e  $\vec{b} = 2\vec{v} - 4\vec{w}$ ;
- (4.2) si calcolino i prodotti scalari  $\vec{v} \cdot \vec{w}$  e  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;
- (4.3) si determini l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;
- (4.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{a} \wedge \vec{b}$ .

FACOLTATIVO: si trovi un vettore  $\vec{c}$  tale che i tre vettori  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  siano linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [5+1] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

- (5.1) si calcoli  $\det A$ ;
- (5.2) si determinino gli autovalori di  $A$ ;
- (5.3) si determinino gli autovettori di  $A$ ;
- (5.4) si determinino gli autovalori di  $A^2$ .

FACOLTATIVO: si determinino gli autovettori di  $A^2$  e si verifichi che sono ortogonali tra loro.

ESERCIZIO 6. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int x \frac{\sin 2x}{\sin x} dx.$$

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**