

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - SESTO APPELLO (01-09-2014)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2e^x} - \sqrt{3+2x}}{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(1 + e^x).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (6, 1, 6)$ e $\vec{w} = (6, 1, 3)$,

(3.1) si determini i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si calcoli il prodotto misto $\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

(4.1) si verifichi che la matrice è singolare;

(4.2) se ne calcolino gli autovalori.

FACOLTATIVO: si determinino due sottomatrici 2×2 che siano una singolare e una non singolare.

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale definito

$$\int_1^{16} \frac{1+x^{1/4}}{\sqrt{x}} dx.$$

ESERCIZIO 6. [4+2] Si consideri la funzione $f(x) = x^2|x^3|$.

(i) se ne determini dominio e codominio;

(ii) si calcolino esplicitamente i valori $f(-1)$, $f(0)$ e $f(1)$;

(iii) se ne discuta la parità.

FACOLTATIVO: si verifichi che la funzione $f(x)$ è di classe C^4 , ma non di classe C^5 , mostrando in particolare in quale punto la derivata quinta è discontinua.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**