

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'ESONERO - COMPITO A (24-11-2012)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si determini il dominio delle prime due delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(2e^{x^2-2x} - 2), \\h(x) &= \sin(\ln(1+x^2)), \\g(x) &= \sqrt{x^{2/3} - 3x^{8/3}}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si determini il dominio della terza funzione.

ESERCIZIO 2. [4+2] Si consideri la funzione

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x$$

da $[0, 1]$ a $[0, 1]$. Si verifichi se la funzione è crescente, iniettiva e suriettiva.

FACOLTATIVO: Si dica se la funzione è invertibile e, in caso affermativo, se ne calcoli l'inversa.

ESERCIZIO 3. [4] Si calcolino le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x) &= \ln(\sin(4+x^3)), \\g(x) &= \operatorname{arctg}((1+x^{2/3})^{1/2}).\end{aligned}$$

ESERCIZIO 4. [6+2] Si calcolino i primi due dei seguenti limiti:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2}{x+2} \right), \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x + \cos x - 2}{x^3}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{1/x^2}.\end{aligned}$$

FACOLTATIVO: Si calcoli il terzo limite.

ESERCIZIO 5. [3+2] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x|x|.$$

FACOLTATIVO: Si dimostri in particolare che $f(x)$ è derivabile ovunque e si discuta dove è derivabile $f'(x)$.

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}.$$

In particolare si determini dove la funzione è crescente o decrescente, convessa o concava e si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**