

**MAT1 - Matematica 1**

SECONDA PROVA D'ESONERO (22-01-2013)

ESERCIZIO 1. [5+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (1, 2, 0)$  e  $\vec{w} = (3, 1, 1)$ , si calcoli:

- (i) il vettore  $4\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}$ ;
- (ii) il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;
- (iii) l'angolo  $\varphi$  compreso tra i due vettori;
- (iv) il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

FACOLTATIVO: Si discuta se i due vettori sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 2. [5+2] Nel piano  $xy$  sia  $r$  la retta di equazione  $4x - 3y + 6 = 0$  e  $P$  il punto di coordinate  $P = (3, 5)$ .

- (i) Si determini un vettore  $\vec{v}$  parallelo alla retta  $r$ .
- (ii) Si determini un vettore  $\vec{w}$  ortogonale a  $\vec{v}$ .
- (iii) Si determini la retta  $s$  ortogonale a  $r$  e passante per il punto  $P$ .
- (iv) Si calcolino le coordinate del punto d'intersezione  $Q$  tra le due rette  $r$  e  $s$ .
- (v) Si calcoli la distanza del punto  $P$  dalla retta  $r$ .

FACOLTATIVO: Si determini, nello spazio  $xyz$ , la distanza del punto  $P_1 = (3, 5, 1)$  dalla retta  $r$ .

ESERCIZIO 3. [5+1] Date le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

- (i) si calcoli la matrice  $M = A + B$ ,
- (ii) si calcolino le matrici  $AB$  e  $BA$  e si verifichi che  $AB \neq BA$ ,
- (iii) si determinino gli autovalori e gli autovettori di  $M$ ,
- (iv) si diagonalizzi la matrice  $M$ .

FACOLTATIVO: Si verifichi che gli autovettori di  $M$  sono ortogonali e se ne spieghi il motivo.

ESERCIZIO 4. [6] Si calcoli l'integrale definito:

$$\int_1^2 \frac{x+1}{x^2(x^2+3)} dx.$$

ESERCIZIO 5. [4+3] Si calcoli uno dei due integrali indefiniti:

$$\int \frac{\ln x}{x^3} dx, \quad \int \sin^2 x \cos^5 x dx.$$

FACOLTATIVO: Si calcoli anche l'altro integrale.

ESERCIZIO 6. [5] Si calcoli il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x + e^{-x} \sin x - 2x \cos x}{x - \sin x}$$

utilizzando la formula di Taylor.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**