

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - PRIMO APPELLO (25-01-2018)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - 2 - \ln(1+x)}{x^2}.$$

FACOLTATIVO – Si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}.$$

In particolare: (i) si determini il dominio; (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (iii) si discuta dove è convessa o concava; (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti; (v) si disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e se ne deduca che A non è invertibile;

(3.2) si calcolino gli autovalori di A ;

(3.3) si dimostri che $A^3 = 25A$.

FACOLTATIVO – Si utilizzi il risultato del punto (3.3) per dimostrare che $A^9 = 25^4 A$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Nel piano xy sia r la retta di equazione $y = x + 1$ e sia P il punto di coordinate $(4, 0)$.

(i) Si determini un vettore \vec{v} parallelo alla retta r ;

(ii) si determini un vettore \vec{w} ortogonale a \vec{v} ;

(iii) si determini la retta s ortogonale a r e passante per il punto P ;

(iv) si calcolino le coordinate del punto d'intersezione Q tra le due rette r e s .

FACOLTATIVO – Si calcoli la distanza del punto P dalla retta r .

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx.$$

ESERCIZIO 6. [3+2] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2+x} dx.$$

FACOLTATIVO – Si utilizzi il risultato precedente per calcolare $\int \frac{1}{e^x+1} dx$.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**