

MAT1 - Matematica 1

PRIMA PROVA D'APPELLO (03-02-2016)

ESERCIZIO 1. [5+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \ln(1+x) - \ln(1+2x^2)}{x^3}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [3+2] Data la funzione

$$f(x) = |x+2| - |x-3|,$$

(2.1) si calcolino i valori $f(0)$ e $f(2)$;

(2.2) si dimostri che $f(x)$ è costante per $x \leq -2$ e per $x \geq 3$;

(2.3) si trovi per quali valori di x si ha $f(x) = 0$.

FACOLTATIVO: si discuta in quali punti la funzione $f(x)$ non è continua e in quali non è derivabile.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 14 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcolino $\det A$;

(3.2) si determini la matrice $B = A - 9\mathbb{1}$ e si calcoli $\det B$;

(3.3) si calcolino gli autovalori di A ;

(3.4) si calcolino gli autovettori di A ;

FACOLTATIVO: si determinino autovalori e autovettori di A^2 .

ESERCIZIO 4. [4+2] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (2, 3, 3)$ e $\vec{w} = (3, 1, 2)$,

(4.1) si determi il vettore $\vec{a} = 2\vec{v} - 3\vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i due vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$ e si dimostri che $\vec{a} \wedge \vec{w} = 2\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si verifichi che \vec{v} e \vec{w} sono linearmente indipendenti e si determini un vettore \vec{z} tale che \vec{v} , \vec{w} e \vec{z} siano linearmente dipendenti.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int x^2 \sin(\ln x) dx.$$

ESERCIZIO 6. [9] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}.$$

In particolare

(6.1) si determini il dominio della funzione,

(6.2) si individuino eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso,

(6.3) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,

(6.4) si discuta dove è convessa o concava,

(6.5) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.

Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.