

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - TERZO APPELLO (10-04-2018)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{1+x} - 1) - \log(1+x)}{1 - \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(1 + e^x).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (4, 1, 6)$  e  $\vec{w} = (4, 1, 3)$ ,

(3.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$  e  $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$ ;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;

(3.3) si determini l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

FACOLTATIVO: si calcoli  $\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$ .

ESERCIZIO 4. [4+2] Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcolino  $\det A$  e  $\det B$ ;

(3.2) si discuta per quali valori  $x \in \mathbb{R}$  si ha  $\det(A - xB) = 0$ ;

(3.3) si calcolino gli autovalori di  $A$ ;

(3.4) si calcoli un autovettore di  $A$ ;

FACOLTATIVO: si dimostri che  $A$  ha due autovettori e se ne calcoli l'altro.

ESERCIZIO 5. [4] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 + x^{1/4}}{\sqrt{x}} dx.$$

ESERCIZIO 6. [4+2] Si consideri la funzione  $f(x) = x^2|x^3|$ .

(i) se ne determini dominio e codominio;

(ii) si calcolino esplicitamente i valori  $f(-1)$ ,  $f(0)$  e  $f(1)$ ;

(iii) se ne discuta la parità.

FACOLTATIVO: si verifichi che la funzione  $f(x)$  è derivabile in tutto il suo dominio.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**