

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - TERZO APPELLO (06-04-2016)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{1+x} - 1) - \log(1+x)}{1 - \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = \log(2 - 3x + x^2),$$

(2.1) se ne calcoli il dominio;

(2.2) si calcoli la derivata  $f'(x)$  ove definita;

(2.3) si studi per quali valori di  $x$  la derivata  $f'(x)$  si annulla all'interno del dominio di  $f(x)$ ;

(2.4) si discuta l'esistenza di un intervallo in cui la funzione  $f(x)$  sia invertibile.

FACOLTATIVO: si trovino, se esistono, massimo e minimo di  $f(x)$  nell'intervallo  $[2, 4]$ .

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli  $\det A$ ;

(3.2) si determinino gli autovalori di  $A$ ;

(3.3) si determinino gli autovettori di  $A$ ;

FACOLTATIVO: si determinino gli autovalori della matrice  $A^6$ .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (1, 2, 2)$  e  $\vec{w} = (4, 2, 1)$ ,

(4.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = 4\vec{v} - \vec{w}$  e  $\vec{b} = 3\vec{v} + \vec{w}$ ;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;

(4.3) si determini l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

FACOLTATIVO: si mostri che  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 7\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 + 2e^{-x}}{1 - e^{-2x}} dx.$$

ESERCIZIO 6. [9] Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1},$$

(6.1) se ne determini il dominio,

(6.2) si individuino eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso,

(6.3) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,

(6.4) si discuta dove è convessa o concava,

(6.5) si studi l'esistenza di eventuali asintoti,

(6.6) si disegni il grafico.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**