

MAT1 - Matematica 1

PROVA D'ESAME - QUARTO APPELLO (18-06-2018)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1+x}}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(e^{2x} + 1).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 0, 4)$ e $\vec{w} = (0, 1, 1)$,

(3.1) si determinino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$;

(3.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(3.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(3.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si dimostri che $\vec{a} \wedge \vec{v} + \vec{b} \wedge \vec{w} = \vec{0}$.

ESERCIZIO 4. [4+1] Date la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcolino $\det A$;

(3.2) si calcoli A^2 ;

(3.3) si calcolino gli autovalori di A e si verifichi in particolare che $\lambda = 0$ è un autovalore;

(3.4) si calcoli l'autovettore di A corrispondente all'autovalore $\lambda = 0$;

FACOLTATIVO: si utilizzi il risultato (3.4) per dimostrare che $A\vec{v} = \vec{0}$ ha una soluzione $\vec{0}$ non banale.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{e^{1/x}}{x^4} dx.$$

ESERCIZIO 6. [3+2] Si consideri la funzione $f(x) = |x| - x$.

(i) se ne determini dominio e codominio;

(ii) si calcolino esplicitamente i valori $f(-1)$, $f(0)$ e $f(1)$;

(iii) si mostri che la funzione è continua in tutto il dominio e derivabile per ogni $x \neq 0$.

FACOLTATIVO: si discuta la derivabilità della funzione in $x = 0$.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**