

Matematica 1

PROVA D'ESAME - QUINTO APPELLO (12-07-2017)

ESERCIZIO 1. [5+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{1+x} + x\sqrt{1-x} - 2x}{\sin x - x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [8] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 1) - \ln(x^2).$$

In particolare: (i) si determini il dominio; (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (iii) si discuta dove è convessa o concava; (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti; (v) si disegni il grafico.

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli $\det A$ e se ne deduca che 0 è un autovalore di A ;

(3.2) si determinino gli altri autovalori di A ;

(3.3) si determini l'autovettore di A associato all'autovalore 0;

(3.4) si calcoli la matrice $A^2 - A$.

FACOLTATIVO: si determinino gli altri autovettori di A .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 1, 1)$ e $\vec{w} = (3, -1, -1)$,

(4.1) si determini il vettore $\vec{a} = 3\vec{v} - \vec{w}$;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;

(4.3) si determini l'angolo φ compreso tra i vettori \vec{v} e \vec{w} ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \wedge \vec{w}$.

FACOLTATIVO: si discuta se i vettori \vec{v} , \vec{w} e \vec{a} sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} dx.$$

ESERCIZIO 6. [4+2] Data la funzione

$$f(x) = |x + 3| - x,$$

(6.1) se ne determini il dominio,

(6.2) si determini per quali x la funzione è positiva;

(6.3) si determini per quali x la funzione è costante;

(6.4) si determini per quali x la funzione è derivabile e si calcoli la derivata $f'(x)$ ove possibile.

FACOLTATIVO: si disegni il grafico delle funzione.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**