

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - QUINTO APPELLO (16-07-2018)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - x - 1) \sin x}{(1 - \cos x) \ln(1 + x)}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite usando un metodo differente da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [10] Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 3).$$

In particolare (i) si determini il dominio della funzione, (ii) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente, (iii) si discuta dove è convessa o concava e (iv) si studi l'esistenza di eventuali asintoti.

ESERCIZIO 3. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{w} = (4, 1, 2)$ ,

- (3.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$  e  $\vec{b} = 4\vec{v} - \vec{w}$ ;
- (3.2) si calcoli il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;
- (3.3) si determini l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;
- (3.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

FACOLTATIVO: si dimostri che  $4\vec{a} \wedge \vec{v} + \vec{b} \wedge \vec{w} = 0$ .

ESERCIZIO 4. [4+1] Data la matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- (3.1) si calcoli  $\det A$  e si verifichi che  $\lambda = 0$  è un autovalore;
- (3.2) si dimostri che  $A^3 = A^2$ ;
- (3.2) si calcoli l'autovettore associato all'autovalore  $\lambda = 0$ ;
- (3.4) si calcolino gli altri autovalori.

FACOLTATIVO: si calcolino gli altri autovettori.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

ESERCIZIO 6. [3+2] Si consideri la funzione  $f(x) = x|x| - x$ .

- (i) se ne determini il dominio;
- (ii) si mostri che la funzione assume sia valori positivi che valori negativi;
- (iii) si determini per quali valori di  $x$  la funzione è positiva.

FACOLTATIVO: si discuta la derivabilità della funzione.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.  
Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**