

**MAT1 - Matematica 1**

PROVA D'ESAME - QUINTO APPELLO (14-07-2016)

ESERCIZIO 1. [4+2] Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2 \sin x}{\sqrt{1+x^2} - \cos x}.$$

FACOLTATIVO: si calcoli il limite con un metodo diverso da quello usato precedentemente.

ESERCIZIO 2. [3+2] Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1},$$

(2.1) se ne calcoli il dominio;

(2.2) si calcoli la derivata  $f'(x)$  ove definita;

(2.3) si studi per quali valori di  $x$  la derivata  $f'(x)$  si annulla all'interno del dominio di  $f(x)$ .

FACOLTATIVO: si trovino, se esistono, massimo e minimo di  $f(x)$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ .

ESERCIZIO 3. [4+2] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$

(3.1) si calcoli  $\det A$  e se ne deduca che  $\lambda_1 = 0$  è un autovalore di  $A$ ;

(3.2) si determinino gli altri autovalori  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  di  $A$ ;

(3.3) si determini l'autovettore di  $A$  associato all'autovalore  $\lambda_1$ ;

FACOLTATIVO: si determinino gli altri autovettori della matrice  $A$ .

ESERCIZIO 4. [4+1] Dati i due vettori nello spazio  $\vec{v} = (2, 2, 2)$  e  $\vec{w} = (4, 2, 4)$ ,

(4.1) si determinino i vettori  $\vec{a} = 2\vec{v} - \vec{w}$  e  $\vec{b} = \vec{v} + 2\vec{w}$ ;

(4.2) si calcoli il prodotto scalare  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ;

(4.3) si determini l'angolo  $\varphi$  compreso tra i vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;

(4.4) si calcoli il prodotto vettoriale  $\vec{v} \wedge \vec{w}$ .

FACOLTATIVO: si discuta se i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  sono linearmente indipendenti.

ESERCIZIO 5. [5] Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 + 2e^x}{1 + e^x + e^{-x}} dx.$$

ESERCIZIO 6. [9] Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{1+x^2},$$

(6.1) se ne determini il dominio,

(6.2) si individuino eventuali punti di massimo, di minimo e di flesso,

(6.3) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente,

(6.4) si discuta dove è convessa o concava,

(6.5) si studi l'esistenza di eventuali asintoti,

(6.6) si disegni il grafico.

**Ogni foglio consegnato deve contenere: nome e cognome, numero di matricola, firma.**

**Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini e calcolatrici grafiche.**